

Best strategy for location determination

徐冬 5130309141

一. 背景技术

随着定位理论研究的不断发展以及社会对室内定位的需求日益增加，室内定位系统逐渐被广泛应用于各主要室内场所。室内定位系统依据的原理可分为三大类：基于单元，基于模型以及基于指纹，其中基于指纹定位是目前研究的热点之一。基于指纹定位可分为创建指纹数据库和指纹匹配两步：创建指纹数据库是指预先采集平面内某些点的指纹样本，接着通过数据恢复手段，利用指纹样本估计整个平面内各点的指纹，构建平面内各点指纹数据库。指纹匹配是指平面内某点用户通过移动设备发射信号，从而移动设备能测得关于各无线接入点(AP)的接收信号强度(RSS)值，形成用户所在点处指纹，将此指纹与数据库中指纹比对，选择数据库中差距最小的指纹对应平面内的点作为定位此用户的结果。

近年来，室内定位研究者致力于改进指纹定位的策略以及分析其对应的精度。对现有技术进行检索发现，Yutian Wen 等在 2015 年 IEEE Conference on Computer Communications (INFOCOM)上发表的 Fundamental Limits of RSS Fingerprinting based Indoor Localization (基于 RSS 指纹的室内定位的基本限制)中，基于“选择不同的 AP，在某处的移动设备测得的关于这些选定 AP 的 RSS 值进行定位，精度不同”这一结论，提出了“如何设计指纹上报方案，获得最大定位精度”的问题，具体指：对平面内某点定位，在给定次数下，每次可重复地选择平面内的一个 AP，将此次此点关于选定 AP 的 RSS 值上报供分析，探究每次如何选择 AP 并上报关于此 AP 的 RSS 值，最终能够利用上报的指纹最大程度提高定位精度。其基本思路如下所述：

二. 定义与假设

1、“RSS 值”相关定义与假设

某点 $\vec{r} = (x, y)$ 关于第 i 个 AP 的 RSS 值为一随机变量，不妨记为 $P_i(\vec{r})$ 。 $P_i(\vec{r})$ 可表达为： $P_i(\vec{r}) = \mu_i(\vec{r}) + \sigma_i Y$ ，其中 $\mu_i(\vec{r})$ 为 $\vec{r} = (x, y)$ 处关于第 i 个 AP 的 RSS 均

值； σ_i 为移动设备测量 \bar{r} 处关于第 i 个 AP 的 RSS 值误差的幅值； $Y \sim N(0,1)$ ，即设定测量的误差满足标准正态分布。

基于“在二维平面中，当移动设备测量 RSS 值的位置发生微小变化时，RSS 的测量值的均值并未发生显著变化”这一实验结果，可知作“ $\mu(\bar{r})$ 为 \bar{r} 的连续函数”的假设是合理的。则针对 $\mu_i(\bar{r})$ 的关于 \bar{r} 的梯度 $\nabla\mu_i(\bar{r})$ ，有如下近似表达式：

$$\mu(\bar{r}') \approx \mu(\bar{r}) + \nabla\mu(\bar{r})(\bar{r}' - \bar{r}), \text{ 从而能够得到 } \nabla\mu_i(\bar{r}) \approx \frac{\mu_i(\bar{r}') - \mu_i(\bar{r})}{\bar{r}' - \bar{r}}。$$

2、“指纹上报序列”相关定义与假设

不妨假设平面内存在 m 个 AP，记为 $\mathbf{U} = \{AP_i\}, i=1,2,\dots,m$ 。对平面内某一点进行定位，设定此点 RSS 上报次数为 n ，即可定义一上报序列为 $V_n = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ ，其中 $v_k \in \mathbf{U}$ ，且对同一个 AP 点可以多次选择并上报对应 RSS 值。对于平面内该点，记所有可能上报的序列 V_n 组成的集合为 \mathbf{U}^n ，易知总共可能的上报序列共 m^n 种，即 \mathbf{U}^n 集合的大小为 m^n 。

对上述每一种特定的上报序列 $V_n = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ ，将序列中各项 v_i 对应的 RSS 值记为 s_i ，并且记序列 $S_n = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ ，称 S_n 为上报指纹序列。结合“某点 $\bar{r} = (x, y)$ 关于第 i 个 AP 的 RSS 值为随机变量 $P_i(\bar{r})$ ”可知， S_n 中各元素 $s_k (k=1,2,\dots,n)$ 即为测量点关于选定的 AP 的 RSS 随机变量的某个取值。由于每次上报是相互独立的过程，故所有可能的 S_n 组成的集合 \mathbf{S}^n 为一 n 维空间。对一个特定的 V_n ，若将其对应的每种可能的 S_n 视为可能的一个样本，则 \mathbf{S}^n 表示上报指纹序列的样本空间。

“定位”相关定义与假设

RSS 指纹定位实质上是从指纹序列的样本空间到物理二维空间中的一个映射。在此方案中指纹即为真实位置在 (x, y) 处的用户的上报序列 V_n 所对应上报指纹序列 S_n 。指纹定位系统将样本空间 \mathbf{S}^n 中的每一个 S_n 映射到物理二维平面内的某点

(\bar{x}, \bar{y}) ，作为对真实位置在 (x, y) 处的用户的估计位置。

衡量定位效果的“定位精度”原始定义如下：定义 Q 为物理空间中，以用户真实位置 (x, y) 为圆心， δ 为半径的一个圆域，称为 (x, y) 的定位区域。若定位输出值 $(\bar{x}, \bar{y}) \in Q$ ，则定位系统判断用户的位置在 Q 内。从而 δ 能准确反映判定在 Q 内的输出值 (\bar{x}, \bar{y}) 靠近真实值的程度，即 δ 越小，则定位在 Q 内的估计位置更靠近用户真实位置，故定位结果更准确。

三. 实际思路

现设在物理空间中某点 (x, y) 的定位区域 Q 是以用户的实际位置 $\vec{r} = (x, y)$ 为圆心， δ 为半径的圆，则指纹定位系统输出值 (\bar{x}, \bar{y}) 将有一定的概率 p 在 Q 中，即定位系统以概率 p 将此用户正确地定位在 Q 内。若从样本空间的角度看，记 E 为随机事件“用户正确地被定位在 Q 内”，则 E 发生的概率也为 p 。同时，在 (x, y) 对应的样本空间 \mathbf{S}^n 中， E 可表示为所有满足“用户正确地被定位在 Q 内”的上报指纹序列 S_n^* 组成的区域 E_1 。而前人已证明 E_1 在 \mathbf{S}^n 中为一“超圆柱体”，则若某一组上报指纹序列 S_n^* 包含于此“超圆柱体”中，即在对应物理空间内判定用户的位置在 Q 内。

第 i 个 AP 在平面内某点 \vec{r} 处的 RSS 值有均值 $\mu_i(\vec{r})$ ，则对于点 $\vec{r} = (x, y)$ 以及某种特定的上报序列 V_n ，在 \mathbf{S}^n 中存在由 n 次上报的 RSS 值对应的 AP 在 \vec{r} 处的 $\mu_i(\vec{r})$ 构成的“超平面”，不妨称为 RSS 的均值面。前人已证明在样本空间中，“超圆柱体”与 RSS 值的均值面的相交部分为一椭圆。现期望使用另一“超圆柱体” $\varepsilon(c)$ 代替事件 E 在样本空间中的“超圆柱体”，使得 $\varepsilon(c)$ 与 RSS 值的均值面的相交部分为一半径为 c 的圆，则可证明此时在物理空间内该点用户的定位区域将变

为一椭圆 U ：
$$\rho^2(\theta) = \frac{4c^2}{\sum p_i \cos(\theta - \phi_i)}$$
。其中 θ 和 ϕ_i 为附图中对应的角度； p_i 定

义为 $\frac{|\nabla \mu_i(\vec{r})|}{\sigma_i}$ ，其中 $\nabla \mu_i(\vec{r})$ 表示在 \vec{r} 处关于第 i 个 AP 的 RSS 均值的梯度， σ_i 为移动设备测量 \vec{r} 处关于第 i 个 AP 的 RSS 值误差的幅值。

则在上述情况下，椭圆 U 可转化成如下方程：

$$Q_1 \rho^2 \cos^2 \theta + Q_2 \rho^2 \sin^2 \theta + Q_3 \rho^2 \sin \theta \cos \theta = 4c^2,$$

$$\text{其中： } Q_1 = \sum p_i \cos^2 \phi_i, Q_2 = \sum p_i \sin^2 \phi_i, Q_3 = \sum 2p_i \sin \phi_i \cos \phi_i。$$

由椭圆面积计算公式可得：物理空间内椭圆的面积为 $u = \frac{8\pi c^2}{\sqrt{4Q_1 Q_2 - Q_3^2}}$ 。由于 \vec{r} 对应的定位区域 U 的面积 u 远小于整个研究平面的面积，故可将“定位精度”的原始定义中 δ 近似替换为 u ，即 u 越小，则定位的精度越高。故可将原始的最大化定位精度问题转化为最小化 u 的问题。

为简化分析，第 i 个 AP 的特性可采用复参量 $Z_i = p_i e^{2i\phi_i}$ 描述。其中， p_i 按前

述定义为 $\frac{|\nabla \mu_i(\vec{r})|}{\sigma_i}$ ，反映了第 i 个 AP 发出信号的幅值特性，受在 \vec{r} 处关于第 i 个 AP 的 RSS 均值的梯度，以及在 \vec{r} 处测得的关于第 i 个 AP 的 RSS 值误差的影响。第 i 个 AP 的相位为 $2\phi_i$ ，即信号强度梯度与水平方向夹角的 2 倍。

基于上述对 Z_i 的假设，将 Z_i 代入 Q_1, Q_2, Q_3 的表达式中，可得到椭圆面积 u 关于 Z_i ($i=1,2,\dots,n$) 的一个等价表示形式： $u = g(Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$ 。经简单变换可知，最小化 u 问题等价于求解下述目标函数最值问题：

$$V_n^* = \arg \max_{V_n \in U^n} \{ (\sum_k |Z_k|)^2 - \sum_k Z_k^2 \}$$

其中 V_n^* 即为所需的最优指纹上报方案。

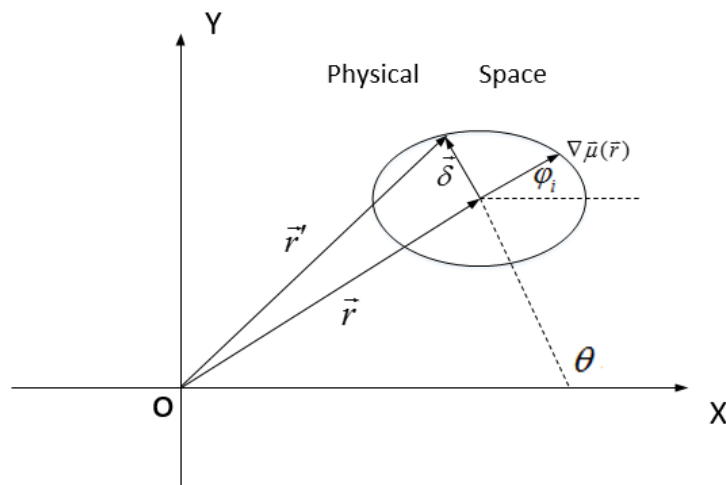
但是上述推导过程仅提出了“寻找最大化定位精度的指纹上报方案”这一问

题，以及给出 V_n^* 的表达式，并未提供求解 V_n^* 的具体算法，即未给出具体找到 V_n^* 或近似 V_n^* 的指纹上报策略的算法，无法确知该问题解的存在性。假若可解，该问题解的合理性也未得到分析验证。

我们基于前人关于优化指纹上报策略，提高定位精度的研究，设计了一种找到定位效果近似最优的指纹上报策略的算法。通过算法，找到了定位精度接近最优值的指纹上报策略，并给出了算法分析，证明了近似比。

技术领域：

涉及指纹定位领域，具体是基于前人指纹上报策略的研究，设计了一种找到定位精度近似最优的指纹上报策略，并证明了近似比。



附图

四. 算法

针对现有技术中的缺陷，我们提供一种选取最佳的 Wi-Fi 信号发射器来提高室内定位精度的方法。

首先将室内定位区域划分为多个定位区间以及设定 K 个定标点，在每个定标点处，打开 Wi-Fi 信号强度的扫描设备，标定每个定标点所在的位置信息，对扫描设备的信号搜索范围内的 n 个 Wi-Fi 信号发射器发出的信号，设定扫描次数 m ；令扫描设备开始扫描测量，并将测量数据存储为信号强度矩阵 x ：

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix}$$

其中, $\mathbf{x}_i, 1 \leq i \leq n$, 表示在定标点处第 i 个 Wi-Fi 信号发射器发出的信号的序列向量; $x_{jk}, 1 \leq j \leq n, 1 \leq k \leq m$, 表示在定标点处对信号搜索范围内第 j 个 Wi-Fi 信号发射器发出的信号进行第 k 次信号强度测量得到的测量数据。

随后, 计算定标点处接收到的每个 Wi-Fi 信号发射器的信号强度均值。定义 $\mu_i(r)$ 为第 i 个 Wi-Fi 信号发射器在位置为 r 的定标点的信号强度均值。

$\mu_i(\vec{r}) = \frac{x_{i1} + x_{i2} + \cdots + x_{im}}{m}$ 。取 r 附近一点 r' , 则 r' 处接受到的每个 Wi-Fi 信号发射

器的信号强度均值为 $\mu_i(\vec{r}') = \frac{x_{i'1} + x_{i'2} + \cdots + x_{i'm}}{m}, 1 \leq i' \leq n, i' \neq i$ 。计算位置 r 处

的信号强度均值梯度 $\nabla \mu_i(\vec{r}) = \frac{\mu_i(\vec{r}') - \mu_i(\vec{r})}{r' - r}$, 定义 σ_i 为第 i 个 Wi-Fi 信号发

射器所发出信号强度的标准差。定义 p_i 为第 i 个 Wi-Fi 信号发射器的参数,

$p_i = (|\nabla \mu_i(\vec{r})| / \sigma_i)^2$, 定义 Φ_i 为第 i 个 Wi-Fi 信号发射器和位置 r 连线与位置坐标的水平轴的夹角, 那么第 i 个 Wi-Fi 信号发射器 Z_i 可以表示为

$$z_i = p_i e^{j\Phi_i}。$$

接着, 在所有 n 个 Wi-Fi 信号发射器中可重复地选择 L 个作为最佳的选择。把这个问题映射为, 一共有 n 个 Wi-Fi 信号发射器, 在 $n \times L$ 个选择中不可重复地选择 L 个作为最佳的选择, 把 $n \times L$ 个选择的集合即为 $\{Z\}$ 。在所有 Wi-Fi 信号发射器中选择一个 z_i , 满足 $z_i = p_i \sin^2(\Phi_i)$ 的值是所有 Wi-Fi 信号发射器中最大的, 并作为所要选的第一个 Wi-Fi 信号发射器 z_1 。选择 Wi-Fi 信号发射器 $z_{i+1}, 1 \leq i \leq L - 1$, 选择的方式满足 $\sum_{i \in S} p_{i+1} p_i \sin^2(\phi_{i+1} - \phi_i)$ 的值是最大的, 并作为所要选的第 $i+1$ 个 Wi-Fi 信号发射器 z_{i+1} 。以此类推, 直到选到 L 个最佳的 Wi-Fi 信号发射器。

利用上述步骤中选出的 L 个 Wi-Fi 信号发射器的指纹数据进行定位。

最后, 把定位的位置信息发送给用户。

与现有技术相比, 本发明具有如下的有益效果:

1、所提出的算法来选取最优的 Wi-Fi 信号发射器，可以有效得减少因为选取很多信号发射器定位所带来的成本和高计算复杂度。并能够提高室内定位的准确度和可靠性。

2、算法性能有保证，我们给出了关于算法近似比的证明。

3、算法时间复杂度较低，能够快速得给出方案。